

## 14- साख्यकी

**उदाहरण- 1** किसी स्कूल की कक्षा X के 30 विद्यार्थियों द्वारा गणित के एक पेपर में, 100 में से प्राप्त किए गए अंक, नीचे एक सारणी में दिए गए हैं। इन विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का माध्य ज्ञात कीजिए।

प्राप्तांक ( $x_i$ )	10	20	36	40	50	56	60	70	72	80	88	92	95
विद्यार्थियों की संख्या	1	1	3	4	3	2	4	4	1	1	2	3	1

हल:-

प्राप्तांक ( $x_i$ )	विद्यार्थियों की संख्या ( $f_i$ )	$f_i \cdot x_i$
10	1	10
20	1	20
36	3	108
40	4	160
50	3	150
56	2	112
60	4	240
70	4	280
72	1	72
80	1	80
88	2	176
92	3	276
95	1	95
	<u>30</u>	<u>1779</u>

$$\text{साध्य } \bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{1779}{30}$$

$$= 59.3$$

## प्रत्यक्ष विधि

वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या	$x_i$	$f_i \cdot x_i$
10 - 25	2	17.5	35
25 - 40	3	32.5	97.5
40 - 55	7	47.5	332.5
55 - 70	6	62.5	375
70 - 85	6	77.5	465
85 - 100	6	92.5	555
	30		1860

$$\text{साध्य } \bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{1860}{30}$$

$$= 62$$

## कल्पित साध्य विधि

वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या $f_i$	$x_i$	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
10 - 25	2	17.5	-45	-90
25 - 40	3	32.5	-30	-90
40 - 55	7	47.5	-15	-105
55 - 70	6	62.5	0	0
70 - 85	6	77.5	15	90
85 - 100	6	92.5	30	108
	30			-15

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$= 62.5 - \frac{15}{30}$$

$$= 62.5 - \frac{1}{2}$$

$$= 62.5 - 0.5$$

$$= \boxed{62}$$

### पग-विचलन विधि

वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या $f_i$	$x_i$	$d_i = x_i - A$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
10 - 25	2	17.5	-45	-3	-6
25 - 40	3	32.5	-30	-2	-6
40 - 55	7	47.5	-15	-1	-7
55 - 70	6	62.5	0	0	0
70 - 85	6	77.5	15	1	6
85 - 100	6	92.5	30	2	12
	30				-1

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h$$

$$= 62.5 - \frac{1}{30} \times 15$$

$$= 62.5 - \frac{15}{30}$$

$$= 62.5 - 0.5$$

$$= \boxed{62}$$

**उदाहरण-2** नीचे दी हुई सारणी भारत के विभिन्न राज्यों का संघीय क्षेत्रों के ग्रामीण क्षेत्रों के प्राथमिक विद्यालयों में महिला शिक्षकों के प्रतिशत वंटन को दर्शाती है। इस अनुच्छेद में चर्चित तीनों विधियों से महिला शिक्षकों का माध्यम प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल:-

प्रत्यक्ष विधि

$$\text{साध्य } \bar{X} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$



महिला शिक्षकों का प्रतिशत	राज्यों / संघीय क्षेत्रों की संख्या	$x_i$	$f_i x_i$
15-25	6	20	120
25-35	11	30	330
35-45	7	40	280
45-55	4	50	200
55-65	4	60	240
65-75	2	70	140
75-85	1	80	80
	<b>35</b>		<b>1390</b>

$$\text{साध्य } \bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{1390}{35}$$

$$= 39.71$$

### कल्पित साध्य विधि

महिला शिक्षकों का प्रतिशत	राज्यों / संघीय क्षेत्रों की संख्या	$x_i$	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
15-25	6	20	-30	-180
25-35	11	30	-20	-220
35-45	7	40	-10	-70
45-55	4	50	0	0
55-65	4	60	10	40
65-75	2	70	20	40
75-85	1	80	30	30
	<b>35</b>			<b>-360</b>

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$= 50 - \frac{360}{35}$$

$$= 50 - 10.29$$

$$= 39.71$$

### पग-विचलन विधि

महिला शिक्षकों का प्रतिशत	राज्यों / संघीय क्षेत्रों की संख्या	$x_i$	$d_i = x_i - A$	$u_i = \frac{d_i}{h}$	$f_i u_i$
15-25	6	20	-30	-3	-18
25-35	11	30	-20	-2	-22
35-45	7	40	-10	-1	-7
45-55	4	50	0	0	0
55-65	4	60	10	1	4
65-75	2	70	20	2	4
75-85	1	80	30	3	3
	35				-36

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h$$

$$= 50 - \left( \frac{36}{35} \right) 10$$

$$= 50 - \frac{360}{35}$$

$$= 50 - 10.29$$

$$= 39.71$$

**उदाहरण-3** नीचे दिया हुआ वंटन एक दिवसीय क्रिकेट मैचों में, गेंदबाजों द्वारा लिए गए विकेटों की संख्या दर्शाता है। उपयुक्त विधि चुनते हुए, लिए गए विकेटों का माध्य ज्ञात कीजिए यह माध्य क्या सूचित करता है?

**हल :-** पग-विचलन विधि

विकेटों की संख्या	गेंद बाजों की संख्या	$x_i$	$d_i = x_i - A$	$u_i = \frac{d_i}{20}$	$f_i u_i$
20 - 60	7	40	-160	-8	-56
60 - 100	5	80	-120	-6	-30
100 - 150	16	125	-75	-3.75	-60
150 - 250	12	200	0	0	0
250 - 350	2	300	100	5	10
350 - 450	3	400	200	10	30
	45				-160



$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum f_i u}{\sum f_i} \right) h$$

$$= 200 - \frac{106}{45} \times 20$$

$$= 200 - \frac{424}{9}$$

$$= 200 - 47.11$$

$$= \boxed{152.89}$$

#### प्रश्नावली 14.1

**प्रश्न-1** विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा अपने पर्यावरण सचेतना अभियान के अन्तर्गत एक सर्वेक्षण किया गया, जिसमें उन्होंने एक मोहल्ले के 20 घरों में लगे हुए पौधों से सम्बंधित निम्नलिखित आँकड़े एकत्रित किए प्रति घर माध्य पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल :-

पौधों की संख्या	घरों की संख्या $f_i$	$x_i$	$f_i x_i$
0 - 2	1	1	1
2 - 4	2	3	6
4 - 6	1	5	5
6 - 8	5	7	35
8 - 10	6	9	54
10 - 12	2	11	22
12 - 14	3	13	39
	<b>20</b>		<b>162</b>

$$\text{साध्य } \bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{162}{20}$$

$$= \boxed{8.1}$$

**प्रश्न-2** किसी फैक्टरी के 50 श्रमिकों की दैनिक मजदूरी के निम्नलिखित वंटन पर विचार कीजिए:  
 एक उपयुक्त विधि का प्रयोग करते हुए, इस फैक्ट्री के श्रमिकों की माध्य दैनिक मजदूरी ज्ञात कीजिए।

**हल:-** पग-विचलन विधि

दैनिक मजदूरी (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या $f_i$	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i u_i$
500 - 520	12	510	-2	-24
520 - 540	14	530	-1	-14
540 - 560	8	550	0	0
560 - 580	6	570	1	6
580 - 600	10	590	2	20
	50			-12

$$\begin{aligned}
 \bar{X} &= A + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h \\
 &= 550 - \left( \frac{12}{50} \right) 20 \\
 &= 550 - \frac{240}{50} \\
 &= 550 - 4.8 \\
 &= 545.2
 \end{aligned}$$

**प्रश्न-3** निम्नलिखित वंटन एक मोहल्ले के बच्चों के जेबखर्च दर्शाता है। माध्य जेबखर्च 18 रु. है। लुप्त वारंवारता  $F$  ज्ञात कीजिए:

**हल:-**

दैनिक जेबभत्ता (रुपयों में)	बच्चों की संख्या $f_i$	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i u_i$
11 - 13	7	12	-3	-21
13 - 15	6	14	-2	-12
15 - 17	9	16	-1	-9
17 - 19	13	18	0	0
19 - 21	$F$	20	1	$F$
21 - 23	5	22	2	10
23 - 25	4	24	3	12
	$F + 44$			$F - 20$



### पग-विचलन विधि

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) h$$

$$18 = 18 + \left( \frac{F-20}{F+44} \right) 2$$

$$0 = \left( \frac{F-20}{F+44} \right) 2$$

$$0 \left( \frac{F+44}{2} \right) = F-20$$

$$0 = F-20$$

$$F = 20$$

**प्रश्न-4** किसी अस्पताल में, एक डॉक्टर द्वारा 30 महिलाओं की जाँच की गई और उनके हृदय स्पन्दन की प्रति मिनट संख्या नोट करके नीचे दर्शाए अनुसार संक्षिप्त रूप में लिखी गई। एक उपयुक्त विधि चुनते हुए, इन महिलाओं के हृदय स्पन्दन की प्रति मिनट माध्य संख्या ज्ञात कीजिए:

हल :-

हृदय स्पन्दन की प्रति मिनट संख्या	महिलाओं की संख्या	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$F_i u_i$
65 - 68	2	66.5	-3	-6
68 - 71	4	69.5	-2	-8
71 - 74	3	72.5	-1	-3
74 - 77	8	75.5	0	0
77 - 80	7	78.5	1	7
80 - 83	4	81.5	2	8
83 - 86	2	84.5	3	6
	$\sum F_i = 30$			$\sum F_i u_i = 4$

### पग-विचलन विधि

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) h$$

$$= 75.5 + \left( \frac{4}{30} \right) 3$$

$$= 75.5 + 0.4$$

$$= 75.9$$



**प्रश्न-5** किसी फुटकर बाजार में, फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहे थे। इन पेटियों में आमों की संख्याएँ भिन्न-भिन्न थीं। पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों का वंटन निम्नलिखित था।  
एक पेटि में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए। आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया है?

हल :-

आमों की संख्या	पेटियों की संख्या	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$F_i u_i$
50 - 52	15	51	-2	-30
53 - 55	110	54	-1	-110
56 - 58	135	57 $\rightarrow A$	0	0
59 - 61	115	60	1	115
62 - 64	25	63	2	50
	$\Sigma F_i = 400$			$\Sigma F_i u_i = 25$

**पग-विचलन विधि**

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\Sigma F_i u_i}{\Sigma F_i} \right) h$$

$$= 57 + \left( \frac{25}{400} \right) 3$$

$$= 57 + \frac{3}{16}$$

$$= 57.19$$

**प्रश्न-6** निम्नलिखित सारणी किसी मोहल्ले के 25 परिवारों में भोजन पर हुए दैनिक व्यय को दर्शाती है।  
एक उपयुक्त विधि द्वारा भोजन पर हुआ माध्य व्यय ज्ञात कीजिए।

दैनिक व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$F_i u_i$
100 - 150	4	125	-2	-8
150 - 200	5	175	-1	-5
200 - 250	12	225 $\rightarrow A$	0	0
250 - 300	2	275	1	2
300 - 350	2	325	2	4
	$\Sigma F_i = 25$			-7

### पग-विचलन विधि

$$\begin{aligned}\bar{X} &= A + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) h \\ &= 225 - \left( \frac{7}{25} \right) 50 \\ &= 225 - 14 \\ &= \boxed{211}\end{aligned}$$

**प्रश्न-7** वायु में सल्फर डाई-ऑक्साइड ( $SO_2$ ) की सान्द्रता (भाग प्रति मिलियन में) को ज्ञात करने के लिए एक नगर के 30 मोहल्लों से आँकड़े एकत्रित किए गए, जिन्हें नीचे प्रस्तुत किया गया है:

हल :-

$SO_2$ की सान्द्रता	वारम्बारता	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$F_i u_i$
0.00 - 0.04	4	0.02	-3	-12
0.04 - 0.08	9	0.06	-2	-18
0.08 - 0.12	9	0.10	-1	-9
0.12 - 0.16	2	0.14 $\rightarrow A$	0	0
0.16 - 0.20	4	0.18	1	4
0.20 - 0.24	2	0.22	2	4
	$\sum F_i = 30$			$\sum F_i u_i = -31$

### पग-विचलन विधि

$$\begin{aligned}\bar{X} &= A + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) h \\ &= 0.14 - \left( \frac{31}{30} \right) 0.04 \\ &= 0.0999\end{aligned}$$

**प्रश्न-8** किसी कक्षा अध्यापिका ने पूरे सत्र के लिए अपनी कक्षा के 40 विद्यार्थियों की अनुपस्थिति निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड की। एक विद्यार्थी जितने दिन अनुपस्थित रहा उनका माध्य ज्ञात कीजिए :

हल :-



दिनों की संख्या	विद्यार्थियों की संख्या	$x_i$	$f_i x_i$
0 - 6	11	3	33
6 - 10	10	8	80
10 - 14	7	12	84
14 - 20	4	17	68
20 - 28	4	24	96
28 - 38	3	33	99
38 - 40	1	39	39
	$\Sigma f_i = 40$		$\Sigma f_i x_i = 499$

$$\text{साध्य } \bar{x} = \frac{\Sigma f_i \cdot x_i}{\Sigma f_i}$$

$$= \frac{499}{40}$$

$$= 12.48$$

**प्रश्न-9** निम्नलिखित सारणी 35 नगरों की साक्षरता दर ( प्रतिशत में ) दर्शाती हैं। माध्य साक्षरता दर ज्ञात कीजिए:

साक्षरता दर (% में)	नगरों की संख्या $f_i$	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i u_i$
45 - 55	3	50	-2	-6
55 - 65	10	60	-1	-10
65 - 75	11	70 $\rightarrow A$	0	0
75 - 85	8	80	1	8
85 - 95	3	90	2	6
	$\Sigma f_i = 35$			$\Sigma f_i u_i = -2$

**पग-विचलन विधि**

$$\bar{x} = A + \left( \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \right) h$$

$$= 70 - \left( \frac{2}{35} \right) 10$$

$$= 70 - \frac{4}{7}$$

$$= 69.42\%$$

**उदाहरण-4** किसी गेंदबाज द्वारा 10 क्रिकेट मैचों में लिए गए विकेटों की संख्याएँ निम्न - लिखित हैं :

2, 6, 4, 5, 0, 2, 1, 3, 2, 3 इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए ।

विकेटों की संख्या (x)	क्रिकेट मैचों की संख्या (f)
1	1
2	3
3	2
4	1
5	1
6	1
0	1

$$\text{बहुलक} = 2$$

**उदाहरण-5** विद्यार्थियों के एक समूह द्वारा एक मोहल्ले के 20 परिवारों पर किए गए सर्वेक्षण के परिणामस्वरूप विभिन्न परिवारों के सदस्यों की संख्या से सम्बन्धित निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त हुए :

परिवार माप	परिवारों की संख्या f
1 - 3	7 = $f_0$
3 - 5	8 = $f_1$
5 - 7	2 = $f_2$
7 - 9	2
9 - 11	1

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h$$

$$= 3 + \left( \frac{8 - 7}{16 - 7 - 2} \right) 2$$

$$= 3 + \left( \frac{1}{7} \right) 2$$

$$= 3 + \frac{2}{7}$$

$$= 3.286$$



**उदाहरण-6** गणित की एक परीक्षा में 30 विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का वंटन उदाहरण 1 की सारणी 14.3 में दिया गया है। इन आंकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए। साथ ही बहुलक और माध्य की तुलना कीजिए और इनकी व्याख्या कीजिए।

वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की संख्या
10 - 25	2
25 - 40	3 = $F_0$
40 - 55	7 = $F_1$
55 - 70	6 = $F_2$
70 - 85	6
85 - 100	6

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{F_1 - F_0}{2F_1 - F_0 - F_2} \right) h$$

$$= 40 + \left( \frac{7 - 3}{14 - 3 - 6} \right) 15$$

$$= 40 + \left( \frac{4}{5} \right) 15$$

$$= 40 + 12$$

$$= \boxed{52}$$

प्रश्नावली 14.2

प्रश्न-1 निम्नलिखित सारणी किसी अस्पताल में एक विशेष वर्ष में भर्ती हुए रोगियों की आयु को दर्शाती है।

उपरोक्त आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों केन्द्रीय प्रवृत्ति की मापों की तुलना कीजिए और उनकी व्याख्या कीजिए।

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i u_i$
5-15	6	10	-3	-18
15-25	11	20	-2	-22
25-35	21 = $f_0$	30	-1	-21
35-45	23 = $f_1$	40	0	0
45-55	14 = $f_2$	50	1	14
55-65	5	60	2	10
	$\Sigma f_i = 80$			$-37$

पग-विचलन विधि

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= A + \left( \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \right) h \\
 &= 40 - \left( \frac{37}{80} \right) 10 \\
 &= 40 - \frac{37}{8} \\
 &= 40 - 4.625 \\
 &= \boxed{35.375}
 \end{aligned}$$

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h$$

$$= 35 + \left( \frac{23 - 21}{46 - 21 - 14} \right) 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11}$$

$$= \boxed{36.81}$$



**प्रश्न-2** निम्नलिखित आँकड़े, 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवन काल (घण्टों में) की सूचना देते हैं :  
उपकरणों का बहुलक जीवनकाल ज्ञात कीजिए।

जीवनकाल (घण्टों में)	वारम्बारता
0 - 20	10
20 - 40	35
40 - 60	52 = $F_0$
60 - 80	61 = $F_1$
80 - 100	38 = $F_2$
100 - 120	29
	225

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{F_1 - F_0}{2F_1 - F_0 - F_2} \right) h$$

$$= 60 + \left( \frac{61 - 52}{122 - 52 - 38} \right) 20$$

$$= 60 + \left( \frac{9 \times 20}{32} \right)$$

$$= 60 + \frac{180}{32}$$

$$= 60 + \frac{45}{8}$$

$$= 65.625$$

**प्रश्न-2** निम्नलिखित आँकड़े किसी गाँव के 200 परिवारों के कुल मासिक घरेलु व्यय के वंटन को दर्शाते हैं। इन परिवारों का बहुलक मासिक व्यय ज्ञात कीजिए। साथ ही, माध्य मासिक व्यय भी ज्ञात कीजिए।

लघुय रूपये में	परिवारों की संख्या( $f_i$ )	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i u_i$
1000 - 1500	24 = $f_0$	1250	-4	-96
1500 - 2000	40 = $f_1$	1750	-3	-120
2000 - 2500	33 = $f_2$	2250	-2	-66
2500 - 3000	28	2750	-1	-28
3000 - 3500	30	3250	0	0
3500 - 4000	22	3750	1	22
4000 - 4500	16	4250	2	32
4500 - 5000	7	4750	3	21

$$\sum f_i = 200$$

$$\sum f_i u_i = -235$$

पग-विचलन विधि

$$\bar{X} = A + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) h$$

$$= 3250 - \left( \frac{235}{200} \right) 500$$

$$= 3250 - (1.175) 500$$

$$= 3250 - 587.50$$

$$= \boxed{2662.5} \text{ रूपये}$$

$$\text{अधुलक} = L + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) h$$

$$= 1500 + \left( \frac{40 - 24}{80 - 24 - 35} \right) \times 500$$

$$= 1500 + \frac{16}{23} \times 500$$

$$= \boxed{1847.82} \text{ रूपये}$$



प्रश्न-4 निम्नलिखित बेटन भारत के उच्चतर माध्यमिक स्कूलों में, राज्यों के अनुसार, शिक्षक विद्यार्थी अनुपात को दर्शाता है। इन आँकड़ों के बहुलक और माध्य ज्ञात कीजिए। दोनों मापकों की व्याख्या कीजिए।

प्रति शिक्षक विद्यार्थियों की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या	$x_i$	$u_i = \frac{x_i - A}{h}$	$F_i u_i$
15 - 20	3	17.5	-3	-9
20 - 25	8	22.5	-2	-16
25 - 30	9	27.5	-1	-9
30 - 35	10	32.5	0	0
35 - 40	3	37.5	1	3
40 - 45	0	42.5	2	0
45 - 50	0	47.5	3	0
50 - 55	2	52.5	4	8

$$\sum F_i = 35$$

$$\sum F_i u_i = -23$$

पग-विचलन विधि

$$\begin{aligned} \bar{X} &= A + \left( \frac{\sum F_i u_i}{\sum F_i} \right) h \\ &= 32.5 - \left( \frac{23}{35} \right) 5 \\ &= 32.5 - \frac{23}{7} \\ &= 29.22 \end{aligned}$$

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{F_1 - F_0}{2F_1 - F_0 - F_2} \right) h$$

$$= 30 + \left( \frac{10 - 9}{20 - 9 - 3} \right) 5$$

$$= 30 + \frac{5}{8}$$

$$= 30.625$$

**प्रश्न-5** दिया हुआ वंटन विश्व के कुछ श्रेष्ठतम बल्लेबाजों द्वारा एक दिवसीय अन्तर्राष्ट्रीय क्रिकेट मैचों में बनाए गए रनों को दर्शाता है :  
इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए ।

हल :-

बनाए गए रन	बल्लेबाजों की संख्या
3000 - 4000	4 = $F_0$
4000 - 5000	18 = $F_1$
5000 - 6000	9 = $F_2$
6000 - 7000	7
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3
9000 - 10000	1
10000 - 11000	1

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{F_1 - F_0}{2F_1 - F_0 - F_2} \right) h$$

$$= 4000 + \left( \frac{18 - 4}{36 - 4 - 9} \right)$$

$$= 4000 + \frac{14000}{23}$$

$$= \boxed{4608.69}$$

**प्रश्न-6** एक विद्यार्थी ने एक सड़क के किसी स्थान से होकर जाती हुई कारों की संख्याएँ नोट की और उन्हें नीचे दी हुई सारणी के रूप में व्यक्त किया । सारणी में दिया प्रत्येक प्रेक्षण 3 मिनट के अन्तराल में उस स्थान से होकर जाने वाली कारों की संख्याओं से सम्बन्धित है । ऐसे 100 अन्तरालों पर प्रेक्षण लिए गए । इन आँकड़ों का बहुलक ज्ञात कीजिए ।

हल :-



कारों की संख्या	वारम्बारता
0 - 10	7
10 - 20	14
20 - 30	13
30 - 40	12 = $F_0$
40 - 50	20 = $F_1$
50 - 60	11 = $F_2$
60 - 70	15
70 - 80	8

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{F_1 - F_0}{2F_1 - F_0 - F_2} \right) h$$

$$= 40 + \left( \frac{20 - 12}{40 - 12 - 11} \right) 10$$

$$= 40 + \frac{80}{70}$$

$$= 40 + 4.7$$

$$= \boxed{44.7}$$

**उदाहरण-7** किसी स्कूल की कक्षा X की 51 लड़कियों की ऊँचाइयों का एक सर्वेक्षण किया गया और निम्नलिखित आँकड़े प्राप्त किए गए:  
माध्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

ऊँचाई (cm में)	लड़कियों की संख्या
140 से कम	4
145 से कम	11
150 से कम	29
155 से कम	40
160 से कम	46
165 से कम	51

ऊँचाई (Cm में)	F	CF
140 से कम	4	4
140 - 145	7	11 → CF
145 - 150	18 → F	29
150 - 155	11	40
155 - 160	6	46
160 - 165	5	51

$$\begin{aligned}
 \text{माध्यक} &= l + \frac{\left(\frac{N}{2} - CF\right)}{f} \times h \\
 &= 145 + \frac{(25.5 - 11)}{18} \times 5 \\
 &= 145 + \frac{14.5 \times 5}{18} \\
 &= 149.027 \text{ Cm}
 \end{aligned}$$

**उदाहरण-8** निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक 525 है। यदि आवृत्तियों का योग 100 है, तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए।

हल:-

वर्ग अन्तराल	आवृत्ति	CF
0 - 100	2	2
100 - 200	5	7
200 - 300	$x$	$7 + x$
300 - 400	12	$19 + x$
400 - 500	17	$36 + x \rightarrow CF$
$1 \leftarrow 500 - 600$	$20 \rightarrow F$	$56 + x$
600 - 700	$y$	$56 + x + y$
700 - 800	9	$65 + x + y$
800 - 900	7	$72 + x + y$
900 - 1000	4	$76 + x + y$
	$N = 100$	

माध्यक वर्ग

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - CF\right)}{f} \times h$$



$$\begin{aligned}\Sigma F &= N = 100 \\ \Rightarrow 76 + x + y &= 100 \\ \Rightarrow x + y &= 100 - 76 \\ \Rightarrow x + y &= 24 \quad - (1)\end{aligned}$$

$$525 = 500 + \frac{50 - (36 + x)}{20} \times 100$$

$$25 = (50 - 36 - x) 5$$

$$\frac{25}{5} = 50 - 36 - x$$

$$\Rightarrow 5 = 14 - x$$

$$x = 14 - 5$$

$$x = 9$$

समीकरण (1)

$$\Rightarrow 9 + y = 24$$

$$\Rightarrow y = 24 - 9$$

$$\Rightarrow y = 15$$

### प्रश्नावली - 14.3

प्रश्न-1 निम्नलिखित वारम्बारता वंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं की बिजली की मासिक खपत दर्शाता है। इन आँकड़ों के माध्यक, माध्य और बहुलक ज्ञात कीजिए। इनकी तुलना कीजिए।

मासिक खपत इकाइयों में	उपभोक्ताओं की संख्या	CF
65 - 85	4	4
85 - 105	5	9
105 - 125	$f_0 = 13$	22 $\rightarrow$ CF
125 - 145	$f_1 = 20$ F	42
145 - 165	$f_2 = 14$	56
165 - 185	8	64
185 - 205	4	68

$$\begin{aligned}
 \text{माध्यक} &= L + \frac{\left(\frac{N}{2} - CF\right)}{f} \times h \\
 &= 125 + \left(\frac{34 - 22}{20}\right) \times 20 \\
 &= 125 + 12 \\
 &= \boxed{137}
 \end{aligned}$$

$$\text{वहुलक} = L + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) h$$

$$\begin{aligned}
 &= 125 + \left(\frac{20 - 13}{40 - 13 - 14}\right) \times 20 \\
 &= 125 + \frac{7}{13} \times 20 \\
 &= 125 + \frac{140}{13} \\
 &= \boxed{135.77}
 \end{aligned}$$

मासिक खपत इकाइयों में	उपभोक्ताओं की संख्या	$x_i$	$d_i = \frac{x_i - A}{h}$	$f_i d_i$
65 - 85	4	75	-3	-12
85 - 105	5	95	-2	-10
105 - 125	13	115	-1	-13
125 - 145	20	135	0	0
145 - 165	14	155	1	14
165 - 185	8		2	16
185 - 205	4		3	12



$$\text{माध्य} = A + \left( \frac{\sum F_i d_i}{\sum F_i} \right) \times h$$

$$= 135 + \frac{7}{68} \times 20$$

$$= 135 + \frac{140}{68}$$

$$= \boxed{137.058}$$

**प्रश्न-2** यदि नीचे दिए हुए वंटन का माध्यक 28.5 हो तो  $x$  और  $y$  का मान ज्ञात कीजिए

हल :-

वर्ग अन्तराल	वारम्बारता	CF
0 - 10	5	5
10 - 20	$x$	$5+x$ $\rightarrow$ CF
$\leftarrow$ 20 - 30	$20=f$	$25+x$ $\rightarrow$ माध्यक वर्ग
30 - 40	15	$40+x$
40 - 50	$y$	$40+x+y$
50 - 60	5	$45+x+y$

$$N = 60 = 45 + x + y$$

$$\text{माध्यक} = l + \left( \frac{\frac{N}{2} - CF}{f} \right) \times h$$

$$28.5 = 20 + \left[ \frac{30 - (5+x)}{20} \right] \times 10$$

$$28.5 - 20 = \frac{30 - 5 - x}{2}$$

$$8.5 = \frac{25 - x}{2}$$

$$17 = 25 - x$$

$$x = 25 - 17$$

$$\boxed{x = 8}$$

$$\Rightarrow 45 + x + y = 60$$

$$\Rightarrow x + y = 15$$

$$\Rightarrow 8 + y = 15$$

$$\Rightarrow y = 7$$

**प्रश्न-3** एक जीवन बीमा एजेंट 100 पॉलिसी धारकों की आयु के बंटन के निम्नलिखित आँकड़े ज्ञात करता है। साध्यक आयु परिकल्पित कीजिए, यदि पॉलिसी केवल उन्हीं व्यक्तियों को दी जाती है, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो, परन्तु 60 वर्ष से कम हो।

हल :-

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
25 से कम	6
30 से कम	24
35 से कम	45
40 से कम	78
45 से कम	89
50 से कम	92
55 से कम	98
60 से कम	100

आयु (वर्षों में)	पॉलिसी धारकों की संख्या	CF
18 - 20	2	2
20 - 25	4	6
25 - 30	18	24
30 - 35	21	45 → CF
35 - 40	33 F	78
40 - 45	11	89
45 - 50	3	92
50 - 55	6	98
55 - 60	2	100
	N = 100	



$$\text{माध्यक} = l + \left( \frac{\frac{N}{2} - CF}{f} \right) \times h$$

$$= 35 + \left( \frac{50-45}{33} \right) 5$$

$$= 35 + \left( \frac{5}{33} \right) 5$$

$$= 35 + \frac{25}{33}$$

$$= 35.76$$

**प्रश्न-4** एक पौधे की 40 पत्तियों की लम्बाइयाँ निकटतम मिलीमीटरों में मापी जाती हैं तथा प्राप्त आँकड़ों को निम्नलिखित सारणी के रूप में निरूपित किया जाता है:  
पत्तियों की माध्यक लम्बाई ज्ञात कीजिए

हल :-

लम्बाई (mm में)	पत्तियों की संख्या
118 - 126	3
127 - 135	5
136 - 144	9
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

लम्बाई (mm में)	पत्तियों की संख्या	CF
117.5 - 126.5	3	3
126.5 - 135.5	5	8
135.5 - 144.5	9	17
144.5 - 153.5	12	29
153.5 - 162.5	5	34
162.5 - 171.5	4	38
171.5 - 180.5	2	40
	$N = 40$	

→ CF

→ माध्यक वर्ग

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - CF\right)}{f} \times h$$

$$= 144.5 + \left(\frac{20-17}{12}\right) 9$$

$$= 144.5 + \frac{9}{4}$$

$$= \boxed{146.75} \text{ mm}$$

**प्रश्न-5** निम्नलिखित सारणी 400 लैंबों के जीवन कालों को प्रदर्शित करती है:  
एक लैंब का माध्यक जीवन काल ज्ञात कीजिए।

हल :-

जीवन काल (घण्टे में)	लैंबों की संख्या	CF
1500-2000	14	14
2000-2500	56	70
2500-3000	60	130
3000-3500	86	216
3500-4000	74	290
4000-4500	62	352
4500-5000	48	400
	<b>N = 400</b>	

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - CF\right)}{f} \times h$$

$$= 3000 + \left(\frac{200-130}{86}\right) 500$$

$$= 3000 + \frac{70}{86} \times 500$$

$$= 3000 + \frac{35000}{86}$$

$$= \boxed{3406.976} \text{ घण्टे}$$



**प्रश्न-6** एक स्थानीय टेलीफोन निर्देशिका से 100 कुलनाम लिए गए और उनमें प्रयुक्त अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों की संख्या का निम्नलिखित बारम्बारता वंटन प्राप्त हुआ:

कुलनामों में माध्यक अक्षरों की संख्या ज्ञात कीजिए। कुलनामों में माध्य अक्षरों की संख्या ज्ञात कीजिए। साथ ही, कुलनामों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

हल:-

अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या	CF
1 - 4	6	6
4 - 7	$f_0 = 30$	36 $\rightarrow$ CF
$L \leftarrow$ 7 - 10	$f_1 = 40 \rightarrow F$	76 $\rightarrow$ माध्यक वर्ग $\rightarrow$ बहुलक वर्ग
10 - 13	$f_2 = 16$	92
13 - 16	4	96
16 - 19	4	100
	$N = 100$	

$$\text{माध्यक} = L + \left( \frac{\frac{N}{2} - CF}{f} \right) \times h$$

$$= 7 + \left( \frac{50 - 36}{40} \right) \times 3$$

$$= 7 + \left( \frac{14}{40} \right) \times 3$$

$$= 7 + \frac{42}{40}$$

$$= \boxed{8.05}$$

$$\text{बहुलक} = L + \left( \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 7 + \left( \frac{40 - 30}{80 - 30 - 16} \right) \times 3$$

$$= 7 + \frac{10}{34} \times 3$$

$$= 7 + \frac{30}{34} \Rightarrow \boxed{7.88}$$

अक्षरों की संख्या	कुलनामों की संख्या	$x_i$	$d_i = \frac{x_i - A}{h}$	$F_i d_i$
1 - 4	6	2.5	-2	-12
4 - 7	30	5.5	-1	-30
7 - 10	40	8.5	0	0
10 - 13	16	11.5	1	16
13 - 16	4	14.5	2	8
16 - 19	4	17.5	3	12
	$\Sigma f = 100$			$\Sigma F_i d_i = -6$

$$\text{माध्य} = A + \left( \frac{\Sigma F_i d_i}{\Sigma F_i} \right) \times h$$

$$= 8.5 - \frac{6}{100} \times 3$$

$$= 8.5 - \frac{18}{100}$$

$$= 8.5 - 0.18$$

$$= \boxed{8.32}$$

**प्रश्न-7** नीचे दिया हुआ वंटन एक कक्षा के 30 विद्यार्थियों के भार दर्शा रहा है। विद्यार्थियों का माध्यक भार ज्ञात कीजिए।

हल :-

भार (Kg में)	विद्यार्थियों की संख्या	CF
40 - 45	2	2
45 - 50	3	5
50 - 55	8	13 $\rightarrow$ CF
$\leftarrow$ 55 - 60	6 $\rightarrow$ F	19
60 - 65	6	25
65 - 70	3	28
70 - 75	2	30
	$N = 30$	



$$\text{माध्यक} = l + \left( \frac{\frac{N}{2} - CF}{f} \right) \times h$$

$$= 55 + \left( \frac{15-13}{6} \right) \times 5$$

$$= 55 + \left( \frac{2}{6} \right) \times 5$$

$$= 55 + \frac{10}{6}$$

$$= 56.67$$

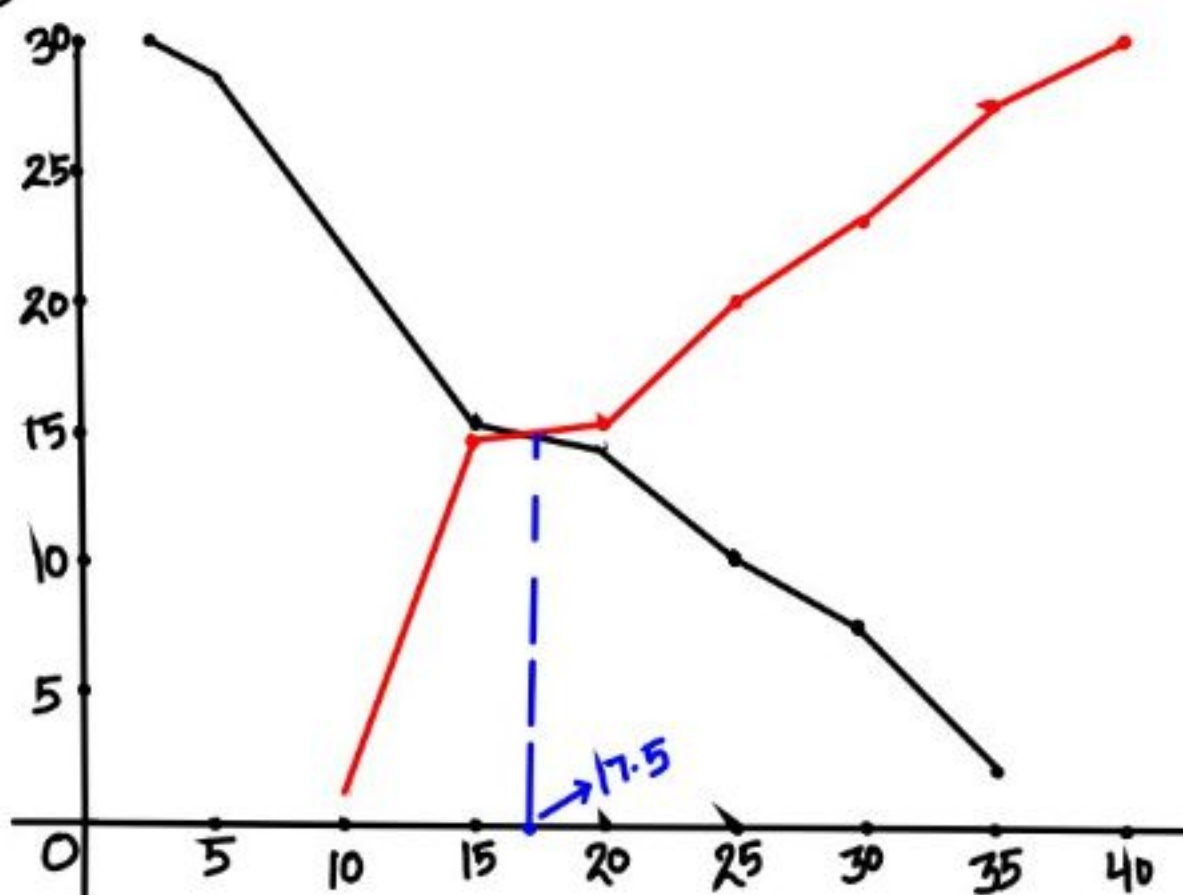
**उदाहरण-9** किसी मोहल्ले के एक शॉपिंग केंद्र की दुकानों द्वारा अर्जित किए गए वार्षिक लाभों से निम्नलिखित वारम्भारता वंटन प्राप्त होता है:  
उपरोक्त आँकड़ों के लिए एक ही अक्षों पर दोनों तोरण खींचिए। इसके बाद, माध्यक लाभ ज्ञात कीजिए।

लाभ (लाख रूपयों में)	दुकानों की संख्या
5 से अधिक या उसके बराबर	30
10 से अधिक या उसके बराबर	28
15 से अधिक या उसके बराबर	16
20 से अधिक या उसके बराबर	14
25 से अधिक या उसके बराबर	10
30 से अधिक या उसके बराबर	7
35 से अधिक या उसके बराबर	3

लाभ	दुकानों की संख्या
5-10	2
10-15	12
15-20	2
20-25	4
25-30	3
30-35	4
35-40	3
	<u>30</u>

↓ लाभ	दुकानों की संख्या
10 से कम	2
15 से कम	14
20 से कम	16
25 से कम	20
30 से कम	23
35 से कम	27
40 से कम	30

दुकानों की संख्या



पैमाना

x अक्ष पर  
1cm = 5 लाख  
y अक्ष पर  
1cm = 5 दुकानें

प्रश्नावली 14.4

**प्रश्न-1** निम्नलिखित बंटन किसी फैक्ट्री के 50 श्रमिकों की दैनिक आय दर्शाता है :  
 'उपरोक्त बंटन को एक कम प्रकार' के संचयी वारम्भवारता बंटन में बदलित और उसका तोरण खींचिए।

हल :-

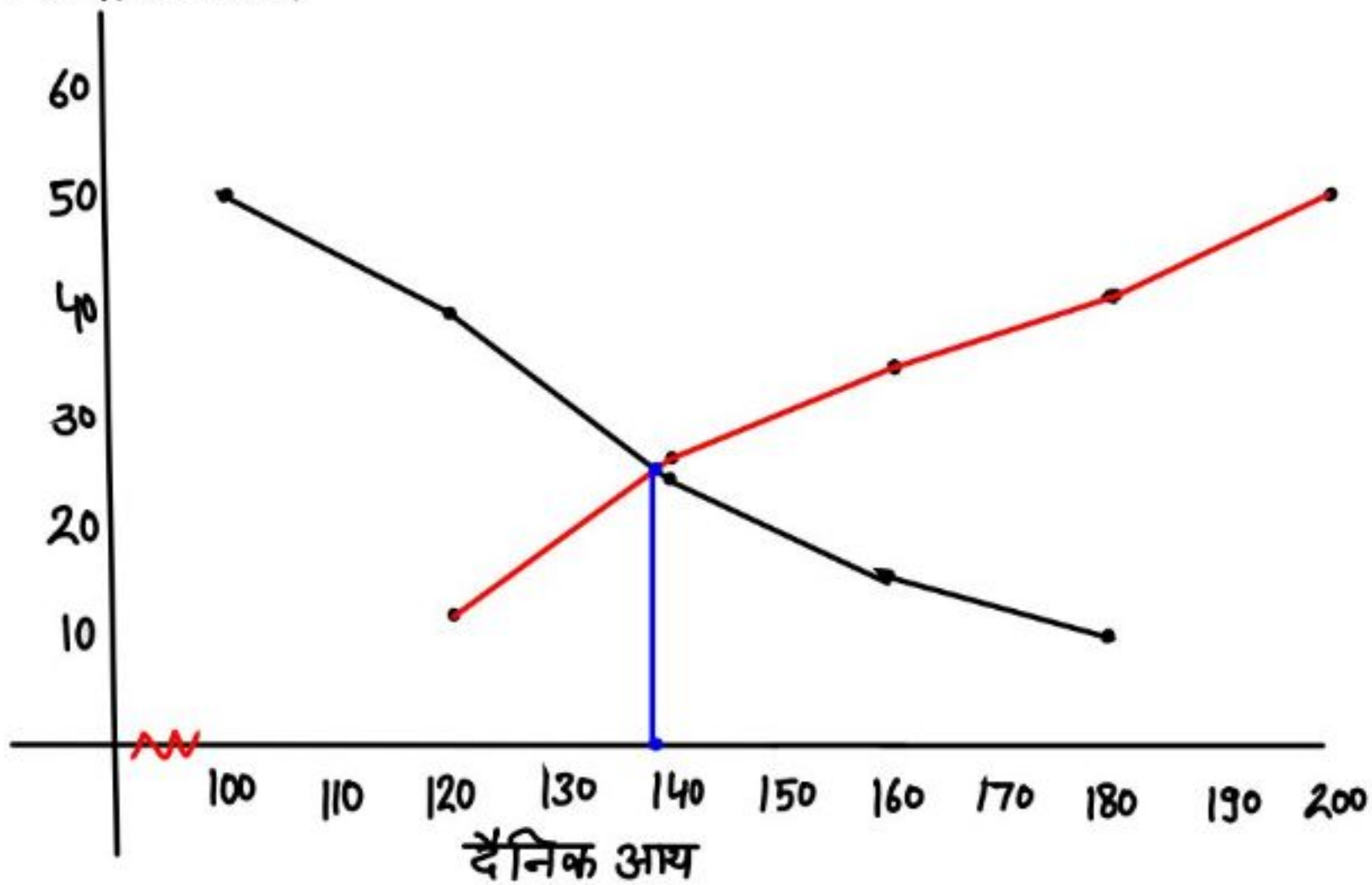
दैनिक आय (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या f
100 - 120	12 < 100 या उससे अधिक 120 से कम
120 - 140	14 < 120 या उससे अधिक 140 से कम
140 - 160	8 < 140 या उससे अधिक 160 से कम
160 - 180	6 < 160 या उससे अधिक 180 से कम
180 - 200	10 < 180 या उससे अधिक 200 से कम

दैनिक आय	संचयी वारम्भवारता
120 से कम	12
140 से कम	$12 + 14 = 26$
160 से कम	$12 + 14 + 8 = 34$
180 से कम	$34 + 6 = 40$
200 से कम	$40 + 10 = 50$

दैनिक आय	संचयी वारम्भवारता
100 या उससे अधिक	$38 + 12 = 50$
120 या उससे अधिक	$24 + 14 = 38$
140 या उससे अधिक	$16 + 8 = 24$
160 या उससे अधिक	$10 + 6 = 16$
180 या उससे अधिक	10



## संचयी वारम्बारता



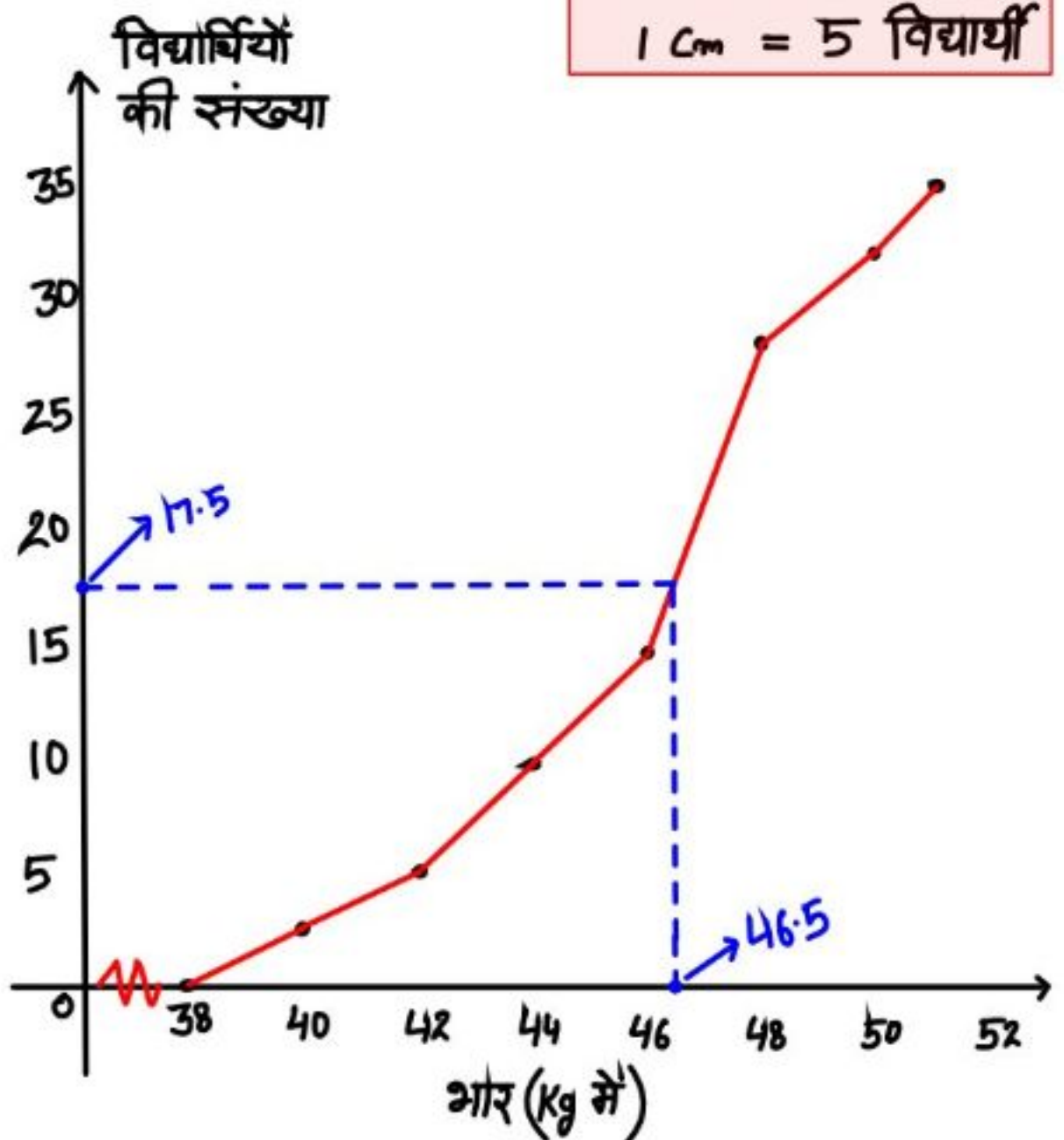
**प्रश्न-2** किसी कक्षा के 35 विद्यार्थियों की मेडिकल जाँच के समय, उनके भार निम्नलिखित रूप में रिकॉर्ड किए गए:

उपरोक्त आँकड़ों के 'लिए कम प्रकार का तोरण' खींचिए। इसके बाद माध्यक भार ज्ञात कीजिए।

हल :-

भार (kg में)	विद्यार्थियों की संख्या
38 से कम	0
40 से कम	3
42 से कम	5
44 से कम	9
46 से कम	14
48 से कम	28
50 से कम	32
52 से कम	$n = 35$

$$\frac{n}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$$



**प्रश्न-3** निम्नलिखित सारणी किसी गाँव के 100 फार्मों में हुआ प्रति हेक्टेयर गोबर का उत्पादन दर्शाते हैं।  
इस वंटन को 'अधिक के प्रकार के' वंटन में बदलिए और फिर उसका तोरण खींचिए।  
हल्व:-

उत्पादन Kg/hd	फार्मों की संख्या
50 - 55	2
55 - 60	8
60 - 65	12
65 - 70	24
70 - 75	38
75 - 80	16
	<u>100</u>

उत्पादन Kg/hd (x)	फार्मों की संख्या(y)
50 या उससे अधिक	100
55 या उससे अधिक	98
60 या उससे अधिक	90
65 या उससे अधिक	78
70 या उससे अधिक	54
75 या उससे अधिक	16

